BAKI UNİVERSİTETİNİN XƏBƏRLƏRİ

№2 Fizika-riyaziyyat elmləri seriyası 2010

$SU(3)_C \times SU(3)_L \times U(1)_X$

МОДЕЛЬ ЭЛЕКТРОСЛАБОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ

И.Г.ДЖАФАРОВ[1], Ф.Т.ХАЛИЛ-ЗАДЕ[2], С.С.РЗАЕВА[2], А.С.РЗАЗАДЕ[1]

[1]Азербайджанский Государственный Педагогический Университет,

[2]Институт Физики НАН Азербайджана

fkhalilzade@physics.ab.az

Построена модель электрослабого взаимодействия, основанная на спонтанном нарушении $SU(3)_C \times SU(3)_L \times U(1)_X$ *группы симметрии. В случае произвольных значений гиперзарядов полей получены наиболее общие выражения для масс калибровочных бозонов, собственных состояний нейтральных полей и взаимодействия лептонов и кварков с калибровочными бозонами.*

I. Введение

Стандартная Модель (СМ) сильного и электрослабого взаимодействий, прекрасно описывающая существующие экспериментальные данные, содержит ряд теоретических недостатков. В рамках СМ не решены такие проблемы, как наличие трех поколений [1,2], проблема иерархии масс [1,2], квантование электрического заряда и т.д. Решение ряда указанных теоретических недостатков может быть достигнуто либо введением дополнительных частиц, либо расширением группы симметрии. Например, SU(5) модель великого объединения [3], наряду с объединением взаимодействий предсказывает квантование электрического заряда. Модели, основанные на группе симметрии E_6, могут объяснить наличие масс нейтрино [4].

Возможность решения проблемы поколений, основанная на сокращении киральных аномалий [5] в рамках $SU(3)_C \times SU(3)_L \times U(1)_X$ модели (так называемые, 3-3-1-модели) была рассмотрена в ряде работ [6,9]. В этих моделях был достигнут определенный прогресс в решение таких вопросов, как проблема поколений [9-11], массы нейтрино [12], нарушение P-четности в атомных переходах [13] и т. д. Квантование электрического заряда в рамках двух $SU(3)_C \times SU(3)_L \times U(1)_X$ моделей (минимальной и модели с правой компонентой нейтрино) была рассмотрена в [14]. В этой работе было показано, что квантование электрического заряда не зависит от классических ограничений, следующих из условий генераций масс фермионов, тесно связано с проблемой числа поколений и является естественным следствием сохранения электрического заряда и условий сохранения аномалий. Квантование электрического заряда в рамках СМ было исследовано в работе [15].

Следует отметить, во всех моделях, основанных на спонтанном нарушении $SU(3)_C \times SU(3)_L \times U(1)_X$ симметрии [5-14], диагонализация массовой матрицы нейтральных полей, и собственные состояния нейтральных полей получены в частном случае.

В данной работе рассмотрена возможность построения $SU(3)_C \times SU(3)_L \times U(1)_X$ модели, электрослабого взаимодействий с экзотическими частицами. В случае произвольных значений гиперзарядов полей, получены наиболее общие выражения для масс калибровочных бозонов, собственных состояний нейтральных полей, лагранжианов взаимодействия лептонов и кварков с калибровочными бозонами.

Отметим, что исследованию возможности построения модели электрослабого взаимодействий основанной на спонтанном нарушении калибровочной $SU(3)_C \times SU(3)_L \times U(1)_X \times U'(1)_{X'}$ группы симметрии посвящена работа [16].

II. Структура модели

В рамках 3-3-1 моделей электрический заряд определяется как линейная комбинация генераторов группы $SU(3)_C \times SU(3)_L \times U(1)_X$

$$\hat{Q} = \alpha\, \hat{T}_3 + \beta\, \hat{T}_8 + X\hat{I}\ , \tag{1}$$

где $T_3 = \frac{1}{2} diag(1, -1, 0)$, $T_8 = \frac{1}{2\sqrt{3}} diag(1, 1, -2)$ и нормализация выбирается так, что $Tr(T_\alpha T_\beta) = \frac{1}{2}\delta_{\alpha\beta}$. Параметры α и β используются для классификации различных 3-3-1 моделей (см., например [17]).

Гиперзаряд Y изомультиплета фермионных (а также Хиггсовских) полей, обуславливающих взаимодействие с максвелловским полем, определяется как

$$\hat{Y} = \beta\, \hat{T}_8 + X\hat{I}\,. \tag{2}$$

Рассмотрим случай, когда симметрия нарушена тремя изотриплетами Хиггсовских полей с отличными от нуля вакуумными средними

$$<\chi> = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ V \end{pmatrix},\ <\rho> = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 0 \\ \upsilon \\ 0 \end{pmatrix},\ <\eta> = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} u \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}. \tag{3}$$

Часть лагранжиана, ответственная за поля Хиггса взаимодействующие с калибровочными полями, имеет вид

$$V_{kin} = (D_\mu \chi)^+ (D_\mu \chi) + (D_\mu \eta)^+ (D_\mu \eta) + (D_\mu \rho)^+ (D_\mu \rho). \tag{4}$$

Здесь и в дальнейшем величина D_μ для каждого изомультиплета, взаимодействующего с калибровочными полями, определяется согласно

$$D_\mu = \partial_\mu - igT_a W_{a\mu} - ig' T_9 X B_\mu , \qquad (5)$$

где T_a $(a = 1,...,8)$ генераторы группы $SU(3)_L$ и $T_9 = \frac{1}{\sqrt{6}} diag(1,1,1,1)$ выбираются так, чтобы удовлетворить условию $Tr(T_a T_b) = \frac{1}{2}\delta_{ab}$ $(a,b = 1,2,...,9)$; g и g' - константы взаимодействий.

Гиперзаряды Хиггсовских полей (3) обозначим как X_χ, X_ρ и X_η, и рассмотрим случай, когда вакуумные средние Хиггсовских полей удовлетворяют условию $V >> \upsilon >> u$ (аналогично работам [7]).

Для лептонных и кварковых изомультиплетов выберем следующие представления (будем рассматривать одно семейство лептонов и кварков):

$$\psi_{lL} = \begin{pmatrix} \nu_e \\ e^- \\ N \end{pmatrix}_L \sim (1,3,y_{lL}), \;\; \psi_{eR} = e_R \sim (1,1,y_{eR}), \;\; \psi_{NR} = N_R \sim (1,1,y_{NR}),$$

$$\psi_{QL} = \begin{pmatrix} u \\ d \\ U \end{pmatrix}_L \sim (3,3,y_{QR}), \;\; \psi_{uR} = u_R \sim (3,1,y_{uR}),$$

$$\psi_{dR} = d_R \sim (3,1,y_{dR}), \;\; \psi_{UR} = U_R \sim (3,1,y_{UR}). \qquad (6)$$

III. Массы калибровочных бозонов

В рассматриваемой модели калибровочные бозоны образуются из октета $W_{a\mu}$ и из изосинглета B_μ, ассоциированные $SU(3)_L$ и $U(1)$ группами, соответственно. Легко видеть, что безмассовые калибровочные бозоны, $G_{a\mu}$, ассоциированные группой $SU(3)_C$, отделяются от массовой матрицы нейтральных бозонов, и в дальнейшем рассматриваться не будут.

Массовая матрица калибровочных бозонов следует из кинетической части лагранжиана Хиггсовских полей (4). Ковариантную производную для триплета Хиггсовских полей, запишем в виде

$$D_\mu \varphi_i = \partial_\mu \varphi_i - iP_\mu \varphi_i , \qquad (7)$$

где φ_i - Хиггсовские поля (3), а матрица P_μ имеет вид

$$P_\mu = \frac{g}{2}\begin{pmatrix} W_{3\mu} + \frac{W_{8\mu}}{\sqrt{3}} + \sqrt{\frac{2}{3}} tXB_\mu & \sqrt{2}W_\mu^+ & \sqrt{2}X_\mu'^0 \\ \sqrt{2}W_\mu^- & -W_{3\mu} + \frac{W_{8\mu}}{\sqrt{3}} + \sqrt{\frac{2}{3}} tXB_\mu & \sqrt{2}Y_\mu'^- \\ \sqrt{2}X_\mu'^{0*} & \sqrt{2}Y_\mu'^+ & -\frac{2W_{8\mu}}{\sqrt{3}} + \sqrt{\frac{2}{3}} tXB_\mu \end{pmatrix}, \qquad (8)$$

Здесь приняты обозначения $t = g'/g$ и

$$W_\mu^\pm = \frac{W_{1\mu} \mp iW_{2\mu}}{\sqrt{2}}, \; Y'^{\mp}_\mu = \frac{W_{6\mu} \mp iW_{7\mu}}{\sqrt{2}}, X'^{0}_\mu = \frac{W_{4\mu} - iW_{5\mu}}{\sqrt{2}}. \quad (9)$$

В этом случае, учитывая (3), (8) и (9) в (4) для масс калибровочных бозонов, имеем

$$L_{mass} = M_X^2 X'^0_\mu X'^{0*}_\mu + M_W^2 W^+_\mu W^-_\mu + M_Y^2 Y'^+_\mu Y'^-_\mu + \frac{g^2u^2}{8}\left(W_{3\mu} + \frac{1}{\sqrt{3}}W_{8\mu} + \sqrt{\frac{2}{3}}tX_\eta B_\mu\right)^2 +$$

$$+\frac{g^2\upsilon^2}{8}\left(-W_{3\mu} + \frac{1}{\sqrt{3}}W_{8\mu} + \sqrt{\frac{2}{3}}tX_\rho B_\mu\right)^2 + \frac{g^2V^2}{8}\left(-\frac{2}{\sqrt{3}}W_{8\mu} + \sqrt{\frac{2}{3}}tX_\chi B_\mu\right)^2, \quad (10)$$

где

$$M_W^2 = \frac{g^2}{4}\left(\upsilon^2 + u^2\right), M_Y^2 = \frac{g^2}{4}\left(V^2 + \upsilon^2\right), M_X^2 = \frac{g^2}{4}\left(V^2 + u^2\right). \quad (11)$$

Отметим, что поскольку ни массы (11) и ни взаимодействия калибровочных бозонов (9) не являются предметом исследования данной работы, в дальнейшем обсуждать эти вопросы мы не будем. Обсуждение этих вопросов можно найти в работах [5-14].

Лагранжиан взаимодействия, содержащий массы нейтральных калибровочных бозонов, имеет вид

$$L^{NG}_{mass} = \frac{1}{2}V^T M_0^2 V, \quad (12)$$

где $V^T = \left(W_{3\mu}, W_{8\mu}, B_\mu\right) M_0^2 V$, и

$$M_0^2 = \frac{g^2}{4}\begin{pmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} \\ m_{12} & m_{22} & m_{23} \\ m_{13} & m_{23} & m_{33} \end{pmatrix}, \quad (13)$$

здесь

$$m_{11} = \left(u^2 + \upsilon^2\right), \qquad m_{12} = \frac{1}{\sqrt{3}}\left(u^2 - \upsilon^2\right), \quad m_{13} = \frac{2}{\sqrt{6}}t\left(u^2X_\eta - \upsilon^2X_\rho\right),$$

$$m_{22} = \frac{1}{3}\left(4V^2 + u^2 + \upsilon^2\right), \; m_{23} = \frac{2}{3\sqrt{2}}t\left(u^2X_\eta + \upsilon^2X_\rho - 2V^2X_\chi\right),$$

$$m_{33} = \frac{2}{3}t^2\left(u^2X_\eta^2 + \upsilon^2X_\rho^2 + V^2X_\chi^2\right). \quad (14)$$

Отметим, что для любой 3-3-1 модели (содержащий Хиггсовские триплеты, антитриплеты так и секстеты или любой другой необходимый Хиггсовский скаляр), массовая матрица нейтральных калибровочных бозонов всегда имеет форму (13) (смотри работы [14, 16, 18]).

Собственными значениями массовой матрицы (13) являются корни уравнения

$$\mathrm{M}^3 - \chi_1 \mathrm{M}^2 + \chi_2 \mathrm{M} - \chi_3 = 0, \quad (15)$$

где $\mathrm{M} = 4M_0^2 / g$ и

$$\chi_1 = \frac{2}{3}\left[2\left(u^2+\upsilon^2+V^2\right)+t^2\left(u^2X_\eta^2+\upsilon^2X_\rho^2+V^2X_\chi^2\right)\right],$$

$$\chi_2 = \frac{4}{3}\left\{\left(u^2V^2+\upsilon^2V^2+u^2\upsilon^2\right)+\frac{2t^2}{3}\left[u^2V^2\left(X_\eta^2+X_\chi^2+X_\eta X_\chi\right)+\upsilon^2V^2\left(X_\rho^2+X_\chi^2+X_\rho X_\chi\right)+\right.\right.$$
$$\left.\left.+u^2\upsilon^2\left(X_\eta^2+X_\rho^2+X_\eta X_\rho\right)\right]\right\},$$

$$\chi_3 = \frac{8}{9}u^2\upsilon^2V^2t^2\left(X_\eta+X_\rho+X_\chi\right)^2. \tag{16}$$

В общем случае собственные значения массовой матрицы соответствующие массам нейтральных калибровочных бозонов могут быть вещественны и отличны от нуля.

В случае, когда корни уравнения (15) удовлетворяют условию $M_1^2 >> M_2^2 >> M_3^2$ (что соответствует современным экспериментальным данным [19]), имеем

$$M_{Z_1}^2 \approx \frac{g^2V^2}{6}\left(2+t^2X_\chi\right),\ M_2^2 \approx \frac{g^2\upsilon^2}{6}\cdot\frac{3+2t^2\left(X_\rho^2+X_\chi^2+X_\rho X_\chi\right)}{2+t^2X_\chi},$$

$$M_{Z_3}^2 \approx \frac{g'^2u^2}{2}\frac{\left(X_\eta+X_\rho+X_\chi\right)^2}{3+2t^2\left(X_\rho^2+X_\chi^2+X_\rho X_\chi\right)}. \tag{17}$$

В рассматриваемом случае $V >> \upsilon >> u$ самая легкая из масс (17) может быть отождествлена с массой фотона ($M_3^2 = M_\gamma^2$) только при условии

$$X_\eta + X_\rho + X_\chi = 0, \tag{18}$$

что также следует из условия сохранения электрического заряда [14].

В результате, с учетом соотношения (18), из уравнения (15) для масс нейтральных векторных бозонов, имеем

$$M_\gamma^2 = 0,\quad M_{Z_{1,2}}^2 \approx \frac{g^2}{8}\left[\chi_1 \pm \sqrt{\chi_1^2 - 4\chi_2}\right]. \tag{19}$$

Легкую из массивных нейтральных векторных бозонов (19), можно отождествить с Z - бозоном СМ, т.е. $M_{Z_2} \equiv M_Z$.

IV. Взаимодействие фермионов с калибровочными полями

Преобразование нейтральных полей $W_{3\mu}, W_{8\mu}, B_\mu$ в физические поля $A_\mu, Z_{1\mu}$, и $Z_{2\mu}$ запишем в виде

$$\begin{aligned} A_\mu &= a_1W_{3\mu} + a_2W_{8\mu} + a_3B_\mu, \\ Z_{1\mu} &= b_1W_{3\mu} + b_2W_{8\mu} + b_3B_\mu, \\ Z_{2\mu} &= c_1W_{3\mu} + c_2W_{8\mu} + c_3B_\mu. \end{aligned} \tag{20}$$

С учетом соотношение (18), собственное состояние с нулевым собственным значением можно получить из следующего уравнения:

$$M^2 \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} = 0. \qquad (21)$$

Отметим, что матрица M^2 обладает невырожденным нулевым собственным значением и, следовательно, соответствующее физическое поле можно идентифицировать с фотонным полем A_μ.

Произведя довольно громоздкие вычисления в случае произвольных значений гиперзарядов Хиггсовских полей рассматриваемой 3-3-1 модели для величин a_i и b_i, имеем

$$a_1 = -\frac{g'}{\sqrt{2}\bar{g}}\left(X_\rho - X_\eta\right), \quad a_2 = \frac{3g'}{\sqrt{6}\bar{g}}\left(X_\rho + X_\eta\right) \quad a_3 = -\frac{\sqrt{3}g}{\bar{g}},$$

$$b_1 = -\frac{\sqrt{2}g'\Delta_1}{\bar{g}_Z}, \; b_2 = -\frac{\sqrt{6}g'\Delta_2}{\bar{g}_Z}, \; b_3 = -\frac{\sqrt{3}g\Delta_3}{\bar{g}_Z}, \qquad (22)$$

где

$$\bar{g} = g\left[3 + 2t^2\left(X_\eta^2 + X_\rho^2 + X_\eta X_\rho\right)\right]^{1/2}. \quad \bar{g}_{Z_1} = \left[3g^2\Delta_3^2 + 2g'^2\left(\Delta_1^2 + 3\Delta_2^2\right)\right]^{1/2}.$$

Здесь

$$\Delta_1 = \left(u^2 X_\eta - \upsilon^2 X_\rho\right)\left(4V^2 - \frac{12M_{Z_1}^2}{g^2}\right) + 2u^2\upsilon^2\left(X_\eta - X_\rho\right) + 2V^2\left(u^2 - \upsilon^2\right)X_\chi,$$

$$\Delta_2 = 2u^2\upsilon^2\left(X_\eta + X_\rho\right) - 2V^2\left(u^2 + \upsilon^2\right)X_\chi - \frac{4M_{Z_1}^2}{g^2}\left(\upsilon^2 X_\rho + u^2 X_\eta - 2V^2 X_\chi\right),$$

$$\Delta_3 = -4V^2\left(u^2 + \upsilon^2\right) + \frac{16M_{Z_1}^2}{g^2}\left(u^2 + \upsilon^2 + V^2\right) - \frac{48M_{Z_1}^2}{g^4}, \qquad (23)$$

Отметим, что величины $c_i \quad (i = 1 \div 3)$ могут быть получены из соответствующих выражений b_i заменой $Z_1 \to Z_2$.

В наиболее общем виде лагранжиан взаимодействия фермионов с калибровочными бозонами в рассматриваемой модели, имеет следующий вид:

$$L_{int} = i\bar{\psi}_{fL}\gamma_\mu(\partial_\mu - ig\sum_{a=1}^{8} T_a W_{a\mu} - ig' T_9 X B_\mu)\psi_{fL} + i\bar{\psi}_{fR}\gamma_\mu(\partial_\mu - ig' X B_\mu)\psi_{fR}, \qquad (24)$$

где ψ_{fL}, ψ_{fR} – левый и правый изомультиплеты фермионных полей. Учитывая (20) и (24), имеем

$$L_{int} = L_f^{CC} + L_f^{NC}, \tag{25}$$

где

$$L_f^{CC} = \frac{g}{\sqrt{2}}(\bar{\nu}_e W_\mu e_L + \bar{N}_L Y'_\mu e_L + \bar{\nu}_N X'_\mu N_L + \bar{d}_L W_\mu u_L + \bar{U}_L Y'_\mu d_L + \bar{u} X'_\mu U_L + h.c.) \tag{26}$$

$$L_f^{NC} = \frac{g}{4}\sum_f \bar{f}\gamma_\mu (g_{V_1}^f + g_{A_1}^f \gamma_5) f Z_{1\mu} + \frac{g}{4}\sum_f \bar{f}\gamma_\mu (g_{V_2}^f + g_{A_2}^f \gamma_5) f Z_{2\mu}, \tag{27}$$

Здесь f - принимает значения ν, e, N, d, u, U. Выражения векторных и аксиальных констант связи, входящие в (27), имеют вид:

$$\begin{aligned} g_{V_1,A_1}^l &= k_1^l b_1 + \frac{k_2^l}{\sqrt{3}} b_2 + \sqrt{\frac{2}{3}} t b_3 \left(y_{lL} \pm y_{lR}\right), \\ g_{V_1,A_1}^q &= k_1^q b_1 + \frac{k_2^q}{\sqrt{3}} b_2 + \sqrt{\frac{2}{3}} t b_3 \left(y_{QL} \pm y_{qR}\right), \end{aligned} \tag{28}$$

где верхние знаки относятся к векторным, а нижние к аксиальным константам связи. Кроме того, в случае $l = \nu$ $\quad k_1^\nu = k_2^\nu = 1;\ \ y_{\nu R} = 0;$

для $l = e$ $\quad k_1^e = -1,\ \ k_2^e = 1;$

для $l = N$ $\quad k_1^N == 0,\ \ k_2^N = -1;$

В случае $q = u$ $\quad k_1^u = k_2^u = 1;$

для $q = d - k_1^d = -1,\ \ k_2^d = 1;$

для U $\quad k_1^U = 0,\ \ k_2^U = 1.$

Отметим, что выражение величин $g_{V_2}^f$ и $g_{A_2}^f$ – могут быть получены из соответствующих выражений (28) заменой b_i на c_i.

ЛИТЕРАТУРА

1. Laugacker P.// Phys. Rev. 1981, v 72, p.185.
2. Fayet P.// hep-ph/9812300, 1998; S.Harfin.// hep-ph/9709356.
3. Georgi H., Glashow S.L.// Phys. Rep.Lett. 1974, v.32, p.438
4. Gürsey F., Ramond P., Sikivie P.//Phys. Lett. B. 1975, v. 60, p.177.
5. Bouchiat C., Iliopoulos J., Meyer Ph.// Phys. Lett. B. 1972, v. 38, p.519.
6. Pisano F., Pleitez V.// Phys. Rev. D46. 1992, p.410
7. Singer M., Valle J. W. F., Schechter J.// Phys. Rev. D22. 1980, p.738.
8. Long H.N.//Phys. Rev. D53.1996, p.437.
9. Ponce W.A., Gutierrez D.A., Sanchez L.A. // Phys. Rev. D 69. 2004, p.055007.
10. Ponce W.A., Gutierrez D.A., Sanchez L.A.// hep – ph/031243, 2004, v. 3.
11. Ponce W.A., Flores J.B., Sanchez L.A. //hep – ph/0103100, 2001, v.2.
12. Long H.N.// hep – ph /9603258, v.1.

13. Dong P.V., Long H.N., Nhung D.T. // hep – ph /0604199, 2006, v.2.
14. Dong P.V., Long H.N.// hep – ph/0507155v1, 2005.
15. Abdinov O.B., Khelil-zade F.T., Rzaeva S.S.// hep-ph/0807.4359, 2008, v.1.
16. Abdinov O.B., Khelil-zade F.T., Rzaeva S.S.// Fizika, 2009, c. 15, №1, s.24.
17. Diaz R.A., Martinez R.A., Ochoa F.// hep – ph/0309280, 2004, v.2.
18. Dong P.V., Long H.N.// Eur.Phys. J.C42, 2005, p. 245.
19. Particle Data Group // W-M. Yao etal. Journal of Phys. 2006.G 33, p.1.
20. Lee T.D., Yang C. N.// Phys.Rev. 1956, v.72, p. 254.
21. Adler S.L..// Phys.Rev, 1968, v. 177, p.2426.
22. Delbourgo R., Salam A.// Phys.Lett, b.40, 1972, p.381.

ELEKTROZƏİF QARŞILIQLI TƏSİRİN $SU(3)_C \times SU(3)_L \times U(1)_X$ MODELİ

İ.H.CƏFƏROV, F.T.XƏLİL-ZADƏ, S.S.RZAYEVA, A.S.RZAZADƏ

XÜLASƏ

Elektrozəif qarşılıqlı təsirin $SU(3)_C \times SU(3)_L \times U(1)_X$ simmetriya qrupunun spontan pozulmasına əsaslanan modeli qurulmuşdur. Sahələrin hiperyüklərinin ixtiyari qiymətində kalibrləmə bozonlarının kütlələri, neytral sahələrin məxsusi funksiyaları, lepton və kvarkların kalibrləmə bozonları ilə qarşılıqlı təsirləri üçün ümumi ifadələr alınmışdır.

$SU(3)_C \times SU(3)_L \times U(1)_X$ MODEL OF ELECTROWEAK INTERACTION

I.H.JAFAROV, F.T.KHALILZADE, S.S.RZAYEVA, A.S.RZAZADE

SUMMARY

Electroweak interaction model based on spontaneous symmetry breaking of $SU(3)_C \times SU(3)_L \times U(1)_X$ group has been constructed. The most general expressions for the gauge boson masses, eigenstates of neutral fields and the interactions of leptons and quarks with gauge bosons have been derived in the arbitrary values of hypercharges of fields.